

## Rohrleitungen (1)\*

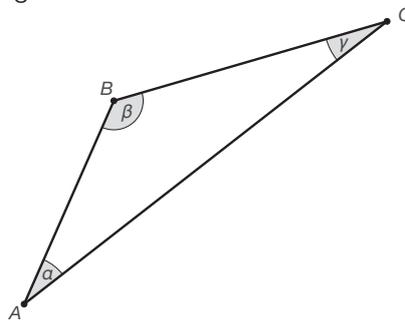
Aufgabennummer: B-C1\_40

Technologieeinsatz:

möglich

erforderlich

- a) Rohre sollen, wie in der nachstehenden Skizze vereinfacht dargestellt, geradlinig zwischen den Punkten  $A$ ,  $B$  und  $C$  verlegt werden.



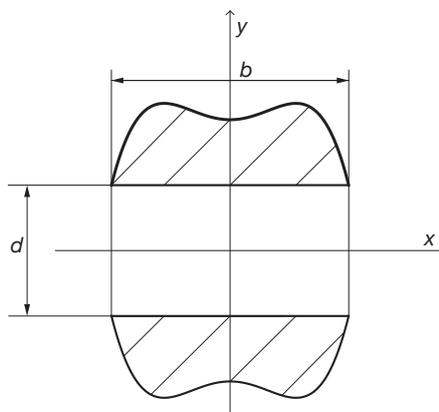
Die folgenden Daten des Dreiecks  $ABC$  sind bekannt:

$\overline{AB} = 50$  m,  $\overline{AC} = 80$  m,  $\gamma = 20^\circ$ . Der Winkel  $\beta$  ist ein stumpfer Winkel.

- Berechnen Sie die fehlenden Bestimmungsstücke dieses Dreiecks (beide Winkel und Länge der fehlenden Seite).

- b) Ein Verbindungsstück für 2 Rohre soll untersucht werden.

Das Verbindungsstück ist rotationssymmetrisch bezüglich der  $x$ -Achse. Die obere Begrenzungskurve der Schnittfläche, die in der nachstehenden Grafik schraffiert dargestellt ist, wird durch die Funktionsgleichung  $y = 2 + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}$  beschrieben, wobei  $x$  und  $y$  Längen in Dezimetern beschreiben. Der innere Durchmesser des Verbindungsstückes ist  $d = 2$  dm.



- Berechnen Sie die Breite  $b$  des Verbindungsstückes.
- Erstellen Sie eine Formel zur Berechnung des Volumens des Verbindungsstückes mithilfe der Integralrechnung.

Das Verbindungsstück ist aus einem Material mit der Dichte  $\rho = 900$  kg/m<sup>3</sup> gefertigt.

- Berechnen Sie die Masse des Verbindungsstückes.

- c) In einem Rohr nimmt der Druck durch die Reibung ab. Er wird also mit zunehmender Entfernung vom Rohranfang geringer.  
Entsprechend dem Gesetz von Hagen-Poiseuille kann der Druck in einem Rohr in Abhängigkeit von der Rohrlänge  $x$  durch eine lineare Funktion  $p$  beschrieben werden.

– Zeigen Sie, dass der Druckverlust  $\Delta p$  proportional zur Rohrlänge ist; d. h., für alle  $x$  ist  $\Delta p(x) = p(0) - p(x) = c \cdot x$  mit  $c$  konstant.

Der Druck in einem Rohr wird an 2 Stellen gemessen. Die Ergebnisse sind in der nachstehenden Tabelle angegeben.

Rohrlänge in m	Druck in bar
5	3,998
33	3,901

- Bestimmen Sie mithilfe der linearen Interpolation den Druck bei einer Rohrlänge von 14 m.  
– Beschreiben Sie, welche Bedeutung die Steigung der linearen Funktion  $p$  in diesem Sachzusammenhang hat.

*Hinweis zur Aufgabe:*

*Lösungen müssen der Problemstellung entsprechen und klar erkennbar sein. Ergebnisse sind mit passenden Maßeinheiten anzugeben.*

## Möglicher Lösungsweg

- a) Der Winkel  $\beta$  ergibt sich durch Anwendung des Sinussatzes:  $\sin(\beta) = \frac{\overline{AC} \cdot \sin(\gamma)}{\overline{AB}}$ .

$$\beta_1 \approx 33,2^\circ \text{ und } \beta_2 \approx 146,8^\circ$$

Da ein stumpfer Winkel vorliegt, gilt:  $\beta = \beta_2$ .

Der dritte Winkel ergibt sich über die Winkelsumme:  $\alpha = 180^\circ - \gamma - \beta \approx 13,2^\circ$ .

Damit ist die dritte Länge des Dreiecks:  $\overline{BC} = \frac{\overline{AB} \cdot \sin(\alpha)}{\sin(\gamma)}$ .

$$\overline{BC} \approx 33,3 \text{ m}$$

- b) Berechnung der Breite  $b$  durch Lösen der Gleichung  $2 + \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} = 1$  mittels Technologieeinsatz:  $x = \pm 1,79\dots$

Die Breite des Verbindungsstückes beträgt rund 3,6 dm.

Formel zur Berechnung des Volumens:

$$V = \pi \cdot \int_{-1,8}^{1,8} y^2 dx - 1^2 \cdot \pi \cdot 2 \cdot 1,8$$

Berechnen der Masse:  $m = \rho \cdot V = 0,9 \cdot 35,4\dots \Rightarrow m \approx 31,9 \text{ kg}$

- c) Mit  $p(x) = k \cdot x + d$  erhält man  $\Delta p(x) = p(0) - p(x) = d - (k \cdot x + d) = -k \cdot x$ . Also:  $c = -k$ .

Aus den beiden Messwerten ergibt sich die lineare Funktion  $p$  mit  $p(x) = -0,003464 \cdot x + 4,015$ .

$$p(14) \approx 3,967$$

Bei einer Rohrlänge von 14 m ergibt sich mithilfe der linearen Interpolation ein Druck von rund 3,967 bar.

Die Steigung gibt den Druckabfall in Bar pro Meter an.

## Lösungsschlüssel

- a) 1 × A: für den richtigen Ansatz zur Berechnung des stumpfen Winkels  
1 × B: für die richtige Berechnung der fehlenden Bestimmungsstücke
- b) 1 × B1: für die richtige Berechnung der Breite des Verbindungsstückes  
1 × A: für das richtige Erstellen einer Formel zur Berechnung des Volumens  
1 × B2: für die richtige Berechnung der Masse
- c) 1 × D: für den richtigen Nachweis der direkten Proportionalität  
1 × A: für einen richtigen Ansatz (z. B. mithilfe einer linearen Funktion bzw. ähnlicher Dreiecke)  
1 × B: für die richtige Bestimmung des Interpolationswertes  
1 × C: für die richtige Beschreibung der Bedeutung der Steigung in diesem Sachzusammenhang