Die vorgegebenen Funktionen:

$$f(x) = \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ x^2 \end{pmatrix}, \qquad g(y_1, y_2, y_3) = \begin{pmatrix} \sin(y_1) - \cos(y_2) \\ e^{y_3} \end{pmatrix}, \qquad h(z_1, z_2) = z_1 * z_2$$

Die Jacobimatrizen:

$$\Im f(x) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2x \end{pmatrix}, \qquad \Im g(y_1, y_2, y_3) = \begin{pmatrix} \cos(y_1) & \sin(y_2) & 0 \\ 0 & 0 & e^{y_3} \end{pmatrix} \qquad \Im h(z_1, z_2) = (z_2, z_1)$$

Die Verknüpfungen:

$$g(f(x) = \begin{pmatrix} \sin(1) - \cos(x) \\ e^{x^2} \end{pmatrix}$$

$$h(g(f(x)) = \begin{pmatrix} \sin(1) - \cos(x) \\ e^{x^2} \end{pmatrix} = (\sin(1) - \cos(x))e^{x^2}$$

Die verknüpften Jacobimatrizen:

$$\Im g(f(x)) = \begin{pmatrix} \cos(1) & \sin(x) & 0 \\ 0 & 0 & e^{x^2} \end{pmatrix}$$

$$\Im h(g(f(x))) = \Im h(\begin{pmatrix} \sin(1) - \cos(x) \\ e^{x^2} \end{pmatrix}) = \begin{pmatrix} e^{x^2} & \sin(1) - \cos(x) \end{pmatrix}$$

Die Kettenregel:

$$\Im h(g(f(x))\Im g(f(x))\Im f(x) = \begin{pmatrix} e^{x^2} & \sin(1) - \cos(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(1) & \sin(x) & 0 \\ 0 & 0 & e^{x^2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2x \end{pmatrix}$$

$$= \left(e^{x^2} \cos(1), e^{x^2} \sin(x), (\sin(1) - \cos(x))e^{x^2}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2x \end{pmatrix} = e^{x^2} \sin(x) + 2x(\sin(1) - \cos(x))e^{x^2}$$