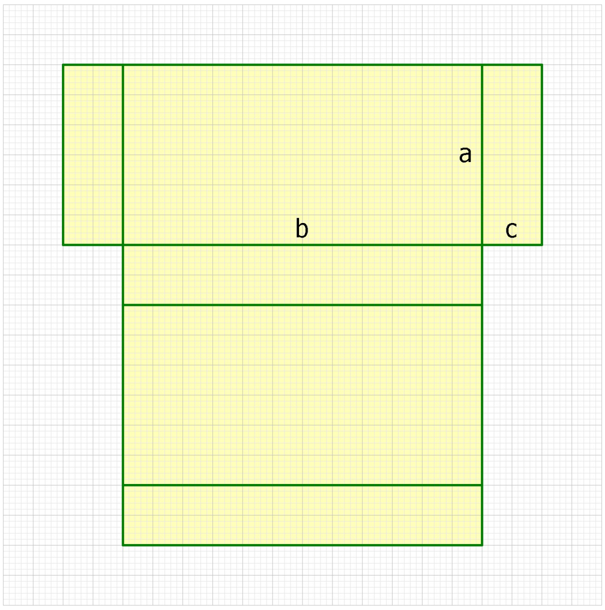
Mathe - Extremwertaufgabe - Quader mit maximalem Volumen



Aus einem Stück Pappe der Länge y = 30 cm und der Breite x = 21 cm soll ein Quader mit maximalem Volumen gebastelt werden.

Klebefalze sollen unberücksichtigt bleiben.

Nebenbedingungen:

$b + 2c = x$
$b = x - 2c$

$2a + 2c = y$
$a = y/2 - c$

Hauptbedingung:

$V = a * b * c$ (Maximal) (hier setzen wir die Nebenbedingungen ein)
$V = (y/2 - c) * (x - 2c) * c$
$V = x\cdot y/2\cdot c - y\cdot c^2 - x\cdot c^2 + 2\cdot c^3$
$V' = 6\cdot c^2 - 2\cdot(x + y)\cdot c + x\cdot y/2 = 0$ (Lösen mit abc-Formel)

$c = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4\cdot a\cdot c}) / (2\cdot a)$
$c = (2\cdot(x + y) \pm \sqrt{(2\cdot(x + y))^2 - 4\cdot 6\cdot(x\cdot y/2)}) / (2\cdot 6)$
$c = (2\cdot x + 2\cdot y \pm \sqrt{4\cdot(x + y)^2 - 12\cdot(x\cdot y)}) / 12$
$c = (x + y \pm \sqrt{(x + y)^2 - 3\cdot(x\cdot y)}) / 6$
$c = (x + y \pm \sqrt{x^2 + y^2 - x\cdot y}) / 6$

Wir setzen unsere Werte ein:

$c = (21 + 30 \pm \sqrt{21^2 + 30^2 - 21\cdot 30}) / 6$
$c = 17/2 \pm \sqrt{79}/2$
$c1 = 4.055902791$ oder $c2 = 12.94409720$

$b1 = x - 2c = 21 - 2\cdot(17/2 - \sqrt{79}/2) = 4 + \sqrt{79} = 12.88819441$
$b2 = x - 2c = 21 - 2\cdot(17/2 + \sqrt{79}/2) = 4 - \sqrt{79} = -4.888194417$ (nicht im Definitionsbereich)

$a1 = y/2 - c = 30/2 - (17/2 - \sqrt{79}/2) = 13/2 + \sqrt{79}/2 = 10.94409720$

Damit sollten die Seitenlängen wie folgt gewählt werden:

a = 10.9 cm, b = 12.8 cm und c = 4.0 cm (Alle Werte wurden bewusst abgerundet.)