

Unterlagen für die Lehrkraft**Abiturprüfung 2007****Mathematik, Grundkurs****1. Aufgabenart**

1 Analysis

2. Aufgabenstellung

siehe Prüfungsaufgabe

3. Materialgrundlage**4. Bezüge zu den Vorgaben 2007****1. Inhaltliche Schwerpunkte**

- Untersuchung von ganzrationalen Funktionen in Sachzusammenhängen
- Untersuchungen von Wirkungen
- Flächenberechnung durch Integration

2. Medien/Materialien

- entfällt

5. Zugelassene Hilfsmittel

- Wissenschaftlicher Taschenrechner (ohne oder mit Grafikfähigkeit)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

6. Vorgaben für die Bewertung der Schülerleistungen**6.1 Modelllösungen****Modelllösung a)**

Ansatz: $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$; $a \neq 0$; Die „Übersetzung“ des Textes führt zu:

(1): $f(0) = 0$; (2): $f'(0) = 144$; (3): $f(8) = 128$; (4): $f''(8) = 0$.

Aus (1) und (2) folgt $d = 0$ und $c = 144$. Aus (3) und (4) unter Beachtung der Ergebnisse

für c und d : $-1024 = 512a + 64b$ \wedge $48a + 2b = 0$

\Leftrightarrow $-16 = 8a + b$ \wedge $b = -24a$

\Leftrightarrow ... \Leftrightarrow $a = 1$ \wedge $b = -24$ ($f'''(x) \neq 0$ für alle x)

Modelllösung b)

$$f(0) = 0, \text{ also } S_x(0|0); \quad t^3 - 24t^2 + 144t = 0 \Leftrightarrow t \cdot (t^2 - 24t + 144) = 0 \Leftrightarrow \dots$$

liefert die Nullstellen $t_1 = 0$ und $t_{2/3} = 12$.

$$\text{Extremstellen: } f'(t) = 3t^2 - 48t + 144 \text{ und } f''(t) = 6t - 48$$

$$3t^2 - 48t + 144 = 0 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow t = 4 \vee t = 12$$

Wegen $f''(4) < 0$ und $f''(12) > 0$ ergeben sich die relativen Extrempunkte $H(4|256)$ und $T(12|0)$.

Modelllösung c)

Der Graph zeigt, dass etwa nach einer Stunde die Zuflussgeschwindigkeit bei $120 \text{ m}^3/\text{h}$ liegt ($f(1) = 121 > 120$). Da der Graph in diesem Bereich ansteigt, wird die $120 \text{ m}^3/\text{h}$ -Marke bereits etwas früher erreicht. Der abfallende Graph liegt bei der achten Stunde noch deutlich über 120 ($f(8) = 128$). Für das Zeitintervall $[t_1; t_2]$, in dem die Zuflussgeschwindigkeit mindestens $120 \text{ m}^3/\text{h}$ beträgt, gilt also: $t_1 < 1$ und $t_2 > 8$.

Der Zeitraum ist demzufolge länger als 7 Stunden.

(Hilfreich ist eine Parallele zur t -Achse durch $P(0|120)$.)

Modelllösung d)

$$\int_0^{12} f(t) dt = \left[\frac{1}{4} t^4 - 8t^3 + 72t^2 \right]_0^{12} = 1728 \text{ (als Flächenmaßzahl der zu berechnenden Fläche)}$$

Da f die Zuflussgeschwindigkeit pro Stunde angibt, wird so die Wassermenge, die insgesamt im Zuflusszeitraum in den Stausee fließt, bestimmt: 1728 m^3 .

Modelllösung e)

$$\int_0^2 f(t) dt = [F(t)]_0^2 = 228. \text{ In den ersten zwei Stunden fließen insgesamt } 228 \text{ m}^3 \text{ zu.}$$

Gesucht ist ein Intervall $[x; x+2]$ mit $0 \leq x \leq 10$, so dass $\int_x^{x+2} f(t) dt$ maximal wird.

$$\text{Die Volumenfunktion } V \text{ zu } V(x) = \int_x^{x+2} f(t) dt \left[= \frac{1}{4} (x+2)^4 - 8(x+2)^3 + 72(x+2)^2 - \frac{1}{4} x^4 + 8x^3 - 72x^2 \right]$$

ist dann auf Extremstellen zu untersuchen.

6.2 Teilleistungen – Kriterien

Teilaufgabe a)

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB) ¹
	Der Prüfling	
1	leitet aus den Angaben ein Gleichungssystem her.	4 (II)
2	bestimmt die Lösungen des Gleichungssystems.	6 (II)
3	gibt den Funktionsterm an.	2 (I)
Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.		

Teilaufgabe b)

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
1	berechnet S_y und die Nullstellen.	5 (I)
2	berechnet die ersten zwei Ableitungen.	3 (I)
3	bestimmt die relativen Extrempunkte.	6 (II)
Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.		

Teilaufgabe c)

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
1	begründet, dass der Zeitraum länger als 7 Stunden ist.	4 (II)
Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.		

Teilaufgabe d)

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
1	bestimmt eine Stammfunktion.	3 (II)
2	berechnet die Flächenmaßzahl.	4 (I)
3	interpretiert das Ergebnis.	2 (II)
Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.		

¹ AFB = Anforderungsbereich

Teilaufgabe e)

	Anforderungen	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)
	Der Prüfling	
1	berechnet die Wassermenge der ersten zwei Stunden.	4 (I)
2	ermittelt einen rechnerischen Ansatz mit Hilfe der Integralrechnung.	5 (III)
3	beschreibt den Lösungsweg.	2 (III)
Der gewählte Lösungsansatz und -weg muss nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.		

7. Bewertungsbogen zur Prüfungsarbeit

Name des Prüflings: _____ Kursbezeichnung: _____

Schule: _____

Teilaufgabe a)

Anforderungen		Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)	EK ²	ZK	DK
1	leitet aus den ...	4 (II)			
2	bestimmt die Lösungen ...	6 (II)			
3	gibt den Funktionsterm ...	2 (I)			
Sachlich richtige Alternativen (12):					
Summe Teilaufgabe a)		12			

Teilaufgabe b)

Anforderungen		Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)	EK	ZK	DK
1	berechnet S_y und ...	5 (I)			
2	berechnet die ersten ...	3 (I)			
3	bestimmt die relativen ...	6 (II)			
Sachlich richtige Alternativen (14):					
Summe Teilaufgabe b)		14			

Teilaufgabe c)

Anforderungen		Lösungsqualität			
	Der Prüfling	maximal erreichbare Punktzahl (AFB)	EK	ZK	DK
1	begründet, dass der ...	4 (II)			
Sachlich richtige Alternativen (4):					
Summe Teilaufgabe c)		4			

² EK = Erstkorrektur; ZK = Zweitkorrektur; DK = Drittkorrektur

Teilaufgabe d)

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl (AFB)	EK	ZK	DK
1	bestimmt eine Stammfunktion.	3 (II)			
2	berechnet die Flächenmaßzahl.	4 (I)			
3	interpretiert das Ergebnis.	2 (II)			
Sachlich richtige Alternativen (9):					
Summe Teilaufgabe d)		9			

Teilaufgabe e)

Anforderungen		Lösungsqualität			
Der Prüfling		maximal erreichbare Punktzahl (AFB)	EK	ZK	DK
1	berechnet die Wassermenge ...	4 (I)			
2	ermittelt einen rechnerischen ...	5 (III)			
3	beschreibt den Lösungsweg.	2 (III)			
Sachlich richtige Alternativen (11):					
Summe Teilaufgabe e)		11			

Summe insgesamt		50			
------------------------	--	-----------	--	--	--

Die Festlegung der Gesamtnote der Prüfungsleistung erfolgt auf dem Bewertungsbogen einer Aufgabe aus der Aufgabengruppe 2.