Lineare Algebra, Übung 3

1) Beweisen Sie, dass sich jede natürliche Zahl $n > 2$ eindeutig als Produkt von Primzahlen schreiben lässt. (Hinweis: Wenn sich z.B. nicht jedes n als Produkt von Primzahlen schreiben ließe, so gäbe es nach dem Prinzip der vollständigen Induktion eine kleinste natürliche Zahl ≥ 2, die sich nicht als Produkt von Primzahlen schreiben lässt. Das kann keine Primzahl sein. usw.)

2) Es seien $(M, *)$ und $(N, \bullet)$ Mengen mit Operationen. Es sei $f : M \to N$ ein surjektiver Homomorphismus. Beweisen Sie, dass $(N, \bullet)$ eine Gruppe ist, wenn $(M, *)$ eine Gruppe ist.

3) Es seien $a > b > 0$ ganze Zahlen. Dann findet man ganze Zahlen $q > 0$ und $0 \leq r < b$, so dass

$$a = qb + r.$$

Man beweise, dass $\text{g.g.T}(a, b) = \text{g.g.T}(b, r)$. Man benutze dies um den g.g.T. von 10260 und 12027 zu finden.

4) Es sei $p = 7$. Wir betrachten die Restklassen $A_1, A_2, \ldots, A_6$. Man schreibe eine quadratische Liste auf in deren i-ter Zeile und j-ter Spalte das Ergebnis der Multiplikation $A_i \cdot A_j$ steht. Man finde zu jeder Restklasse ihr Inverses bezüglich der Multiplikation.

Abgabe bis Freitag (sic!), 6.5.2016, 10:00