Aufgabe 2. *Konditionszahlen*

Die Konditionszahl kp(A) einer regulären Matrix A bezüglich der Matrixnorm $||\cdot||_p$ ist definiert durch

$$k_p(A) := ||A||_p||A^{-1}||_p.$$

Im Folgenden bezeichnet $||A||_2$ die Spektralnorm.

a) Sei $A \in R^{nxn}$ symmetrisch positiv definit. Zeigen Sie $k_2(A) = \lambda_{max}(A)/\lambda_{min}(A)$, wobei $|\lambda_{max(}A|$ = maxM(A), $|\lambda_{min(}A|$ = minM(A) mit M(A) := $\{|\lambda| : \lambda$ ist Eigenwert von A$\}$.
b) Zeigen Sie für $A, B \in R^{nxn}$ folgende Beziehungen für Konditionszahlen
   (a) $k_p(AB) \leq k_p(A)k_p(B)$
   (b) $k_2(UA) = k_2(A)$ ($U \in R^{nxn}$ orthogonal)