UNIVERSITÄT DUISBURG ESSEN
Offen im Denken

FAKULTÄT FÜR MATHEMATIK
Dr. Aleksandra Zimmermann
Sommersemester 2015

Analysis

1. Übungsblatt

Abgabe der Hausaufgaben: Bis Montag, den 20.04.2015, 14:00 Uhr
in den mit „Analysis GHR“ beschrifteten Briefkasten im Foyer des Weststadt-Carrée, am Haupteingang Thea-Leymann-Str. **Tackern** Sie Ihre Lösungen **unbedingt** mit einem ausgefüllten Deckblatt (Vordruck siehe Moodle2) zusammen. Büroklammern oder ähnliches reichen nicht, da sich die Blätter beim Einwurf in den Kasten lösen können. Ihre Bearbeitung kann sonst nicht zugeordnet und somit auch nicht korrigiert und bepunktet werden!

Präsenzaufgaben

Aufgabe 1

Gegeben sei $f:(-7,7)\to\mathbb{R}$ mit

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{49+x^2}-\sqrt{49-x^2}}{x} & \text{für } x\neq 0\,,\\ 0 & \text{für } x=0.\end{cases}$$

Untersuchen Sie f auf Differenzierbarkeit in $x=0$.

Aufgabe 2

Sei $f:\mathbb{R}\setminus\{0\}\to\mathbb{R}$ definiert durch $f(x)=\dfrac{1}{x^2}$.

$a.)$ Bestimmen Sie

$$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h} \quad \text{und} \quad \lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}.$$

$b.)$ Bestimmen Sie mit Hilfe von Aufgabenteil $a.)$ eine Gleichung der Tangente an den Graphen von f im Punkt $(2,\frac{1}{4})$.

Aufgabe 3

Berechnen Sie die Ableitung f' mit Hilfe der Ableitungsregeln aus der Vorlesung. Vereinfachen Sie das Ergebnis sinnvoll.

$$a.)\ \cos(x)+\sqrt{x},\ x>0, \quad b.)\ \frac{1}{\sqrt{x}},\ x>0, \quad c.)\ \sqrt[3]{x^5},\ x>0,$$

$$d.)\ xe^x, \quad e.)\ \frac{2x^3+\ln(x)}{x^3+1},\ x>0, \quad f.)\ \sin(x)\cos(x).$$

Hausaufgaben

Bitte geben Sie bei jeder Aufgabe einen Rechenweg bzw. eine Begründung für Ihre Lösung an. Fehlen Rechnung bzw. Begründung, so gibt es keine Punkte!

Aufgabe 1 (18 Punkte)

Berechnen Sie die Ableitung f' mit Hilfe der Ableitungsregeln aus der Vorlesung. Vereinfachen Sie die Ergebnisse sinnvoll.

$$a.)\ \frac{1}{\sqrt[3]{x}},\ x>0, \quad b.)\ x\sqrt{x},\ x>0, \quad c.)\ \sqrt[4]{x^5},\ x>0,$$

$$d.)\ \cos(x)\tan(x),\ x\in\left(-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right) \quad e.)\ \frac{e^x+3x^5}{e^x+1}, \quad f.)\ (3x^6+3x^2+x)\ln(x),\ x>0.$$

Aufgabe 2 (4+8 Punkte)

Sei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ definiert durch $f(x)=3x^4+16x^3-6x^2-48x-1$.

$a.)$ Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an den Graphen von f im Punkt $(2,f(2))$.

$b.)$ Für welche $x\in\mathbb{R}$ besitzt der Graph von f in $(x,f(x))$ eine waagerechte Tangente?

Aufgabe 3 (3+6 Punkte)

Betrachten Sie die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ mit

$$f(x)=x^5+x^3-24x.$$

Geben Sie die Gleichung der Sekante durch die Punkte $(0,f(0))$, $(1,f(1))$ an. Finden Sie alle $x\in\mathbb{R}$, so dass die Steigung der Tangente an den Graphen von f in $(x,f(x))$ gleich der Steigung der Sekante durch die Punkte $(0,f(0))$, $(1,f(1))$ ist.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Wir betrachten die Funktion $f:(-\infty,-1)\to\mathbb{R}$,

$$f(x)=\frac{1}{1+x}.$$

Für welche $c\in\mathbb{R}$ ist die durch die Gleichung $y=-x+c$ beschriebene Gerade eine Tangente an den Graphen von f?

Gesamtpunktzahl: 49 Punkte