$$\sum_{k=1}^{n} \left(k - \frac{1}{2}\right) = \frac{n^2}{2}$$

Induktionsanfang $(n=1)$: IA

$$\sum_{k=1}^{n=1} \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}^2$$

$$1 \cdot \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$\rightarrow$ Behauptung im Fall $n=1$ korrekt.

Induktionsvoraussetzung: IV

Es gelte $\sum_{i=1}^{n} \left(k - \frac{1}{2}\right) = \frac{n^2}{2}$

Wir müssen zeigen: $\sum_{i=1}^{n+1} \left(k - \frac{1}{2}\right) = \frac{(n+1)^2}{2}$

Es gilt: $\underbrace{\sum_{k=1}^{n+1} \left(k - \frac{1}{2}\right)}_{(n+1).\ \text{Glied}} = \underbrace{\sum_{k=1}^{n} \left(k - \frac{1}{2}\right)}_{n.\ \text{Glied}} + \left[(n+1) - \frac{1}{2}\right]$

$\Downarrow$ nach IV

$$= \frac{n^2}{2} + \left(n + \frac{1}{2}\right)$$

$$= \frac{n^2 + 2n + 1}{2}$$

$$= \frac{(n+1)^2}{2}$$

q.e.d.

$$\prod_{k=2}^{n}\left(1-\frac{1}{k}\right)=\frac{1}{n}$$

$\underline{IA: (n=2)}$: $$\prod_{k=2}^{2}\left(1-\frac{1}{k}\right)=\frac{1}{2}$$

$$1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

$\underline{IV}$: $$\prod_{k=2}^{n}\left(1-\frac{1}{k}\right)=\frac{1}{n}$$

Wir müssen zeigen: $$\prod_{k=2}^{n+1}\left(1-\frac{1}{k}\right)=\frac{1}{n+1}$$

Es gilt: $$\prod_{k=2}^{n+1}\left(1-\frac{1}{k}\right)=\prod_{k=2}^{n}\left(1-\frac{1}{k}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{n+1}\right)$$

$$\Downarrow \text{IV}$$

$$=\frac{1}{n}\cdot\left(1-\frac{1}{n+1}\right)$$

$$=\frac{1}{n}\cdot\frac{(n+1-1)}{(n+1)}$$

$$=\frac{1}{n}\cdot\frac{n}{(n+1)}$$

$$=\frac{1}{n+1}$$

q.e.d.