

Hilfsmittel: TR, FB, 4 A4-Seiten handgeschrieben

Abgabe: Nach 60 Minuten

1. (?? Punkte) Die folgende 3×3 -Matrix soll ein ganz einfaches Simulations-Modell für einen Wirbelsturm darstellen:

$$W = \begin{bmatrix} \frac{9}{20} \sqrt{3} & -\frac{9}{20} & 0 \\ \frac{9}{20} & \frac{9}{20} \sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{5}{4} \end{bmatrix}$$

Sie beschreibt einen einzelnen Simulationsschritt. Sie berechnet also den neuen Ort \vec{r}_t eines Luftteilchens aus dem vorhergehenden Ort \vec{r}_{t-1} dieses Teilchens, d.h. $\vec{r}_t = W \cdot \vec{r}_{t-1}$. (Die Masseneinheiten sind der Übersicht halber weggelassen worden.)

Für die folgenden Teilaufgaben ist der TR beliebig zugelassen:

- (a) Wo ist ein Luftteilchen nach einem Simulationsschritt, wenn es vorher am Ort $\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ war?
- (b) Wo muss ein Luftteilchen gewesen sein, wenn es nach 3 Simulationsschritten am Ort $\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ sein soll?
- (c) Bestimmen Sie Eigenwert und Eigenvektor der Matrix W und erklären Sie deren Bedeutung im Zusammenhang mit dieser Simulation in maximal 3 Zeilen Text.
- (d) Der horizontale Abstand eines Luftteilchens von der Rotationsachse des Wirbelsturmes beträgt im Moment 10 (z.B. 10 km). Berechnen Sie seinen Abstand zur Rotationsachse einen Simulationsschritt später.
- (e) Verfolgen Sie den Ort des Luftteilchens, das sich zu Beginn bei $\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ befand, über 12 Simulationsschritte hinweg und tragen Sie seinen Weg in ein y - x -Koordinatensystem ein. (10 Häuschen für 1 Einheit)
- (f) Verfolgen Sie den Ort des Luftteilchens, das sich zu Beginn bei $\vec{r}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0.1 \end{pmatrix}$ befand, über 12 Simulationsschritte hinweg und tragen Sie seine Höhe (z -Koordinate) in ein z - r -Koordinatensystem ein. Dabei ist r der horizontale Abstand des Teilchens zur Rotationsachse des Wirbelsturms. (10 Häuschen für 1 Einheit)
- (g) Nennen Sie einen Mangel dieses Modells und begründen Sie ihn in maximal 3 Zeilen.