Technische Universität Berlin **Sommersemester 2017**
Fakultät II – Institut für Mathematik
Doz.: L. Bianchi, R. Nabben
Ass.: S. Keiper, M. Radons

KORRIGIERTES 4. Übungsblatt (Teil 1)
„Lineare Algebra für Ingenieurwissenschaften“

(Lineare Gleichungssysteme)

Das Lösen der schriftlichen Hausaufgaben ist eine wichtige Vorbereitung für die schriftliche Klausur. Auch wenn die Abgabe in Vierergruppen erfolgen darf, sollte jedes Gruppenmitglied an der Formulierung der Lösungen beteiligt sein, denn auch die Klausur muss jedes Gruppenmitglied selber lösen. Sowohl die Klausur als auch die Hausaufgaben werden nach folgenden drei Kriterien bewertet:

1. **Die Aufgabestellung wurde verstanden.** (Überlegen Sie sich, was Sie zeigen sollen.)
2. **Eine passende Lösungsstrategie wurde durchgeführt; die rechnerischen Details/ nötigen Schlussfolgerungen wurden richtig und verständlich dargestellt.** (Nun können Sie anfangen zu rechnen und die Aufgabenstellung zu bearbeiten.)
3. **Die Fragestellung wurde vollständig beantwortet.** (Geben Sie einen Antwortsatz an.)

Hausaufgaben

1. **Aufgabe** **(14 Punkte)**

Gegeben seien

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2i & 0 & 2 & 0 \\ -4 & 4i & -i & 7 & -2 \\ 1 & i & 2 & -1 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{3,5} \quad \text{und} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -4 \\ -8 \\ 4 \end{pmatrix}.$$

(a) Überführen Sie die Matrix A in die normierte Zeilenstufenform. Machen Sie die dabei von Ihnen angewandten elementaren Zeilenumformungen kenntlich.

(b) Bestimmen Sie $\mathrm{Kern}(A)$ sowie eine Basis von $\mathrm{Kern}(A)$.

(c) Bestimmen Sie $\mathrm{Bild}(A)$ sowie eine Basis von $\mathrm{Bild}(A)$.

(d) Überprüfen Sie, ob $\begin{pmatrix} 3 \\ -i \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ i \end{pmatrix}$ Lösungen des Gleichungssystems $A\vec{x} = \vec{b}$ sind.

(e) Bestimmen Sie die Lösungsmenge des Gleichungssystems $A\vec{x} = \vec{b}$. Geben Sie diese Menge mit Hilfe einer speziellen Lösung und der Lösungsmenge des zugehörigen homogenen LGS an. Verwenden Sie hierzu Ihre Ergebnisse aus Aufgabenteil (b) und (d).

2. **Aufgabe** **(3 Punkte)**

Überprüfen Sie, ob folgende Matrizen in normierter Zeilenstufenform gegeben sind:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 9 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 & 0 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

3. **Aufgabe** **(3 Punkte)**

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{3,3}.$$

(a) Mit welcher Matrix $B_1 \in \mathbb{R}^{3,3}$ muss man A von links multiplizieren damit man die ersten beiden Zeilen von A tauscht, d.h. damit

$$B_1 A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

(b) Mit welcher Matrix $B_2 \in \mathbb{R}^{3,3}$ muss man A von links multiplizieren damit die dritte Zeile von A mit 2 multipliziert wird, d.h. damit

$$B_2 A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 14 & 16 & 18 \end{pmatrix}.$$

(c) Mit welcher Matrix $B_3 \in \mathbb{R}^{3,3}$ muss man A von links multiplizieren damit man die zweite Zeile Minus zwei Mal auf die erste Zeile addiert, d.h. damit

$$B_3 A = \begin{pmatrix} -7 & -8 & -9 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

Verifizieren Sie in allen drei Fällen ihr Ergebnis.

Hinweis: Diese Aufgabe zeigt, dass die Umformungen im Gauß-Algorithmus durch einfache Matrixmultiplikationen durchgeführt werden können, d.h. das Lösen von LGS kann auf das Multiplizieren von Matrizen zurückgeführt werden.

Gesamtpunktzahl: 20 Punkte