

## 2 Kapitel - Diskrete Wahrscheinlichkeitsräume und Urnenmodelle

1. Lesen und verinnerlichen Sie die Definition der Zähldichte. Wir betrachten nun für  $\Omega = \mathbb{N}_0$  den Wahrscheinlichkeitsraum  $(\Omega, \text{Pot}(\mathbb{N}_0), P_i), i = 1, 2$ , mit

$$(i) P_1(\{n\}) = c \left(\frac{1}{2}\right)^n, n \in \mathbb{N}_0.$$

$$(ii) P_2(\{n\}) = c \left(-\frac{1}{3}\right)^n, n \in \mathbb{N}_0.$$

Prüfen Sie für welche  $c \in \mathbb{R}$  in den beiden Fällen Zähldichten vorliegen und bestimmen Sie gegebenenfalls den Träger von  $P_1, P_2$ .

2. Studieren Sie noch einmal die vier verschiedenen Urnenmodelle aus der Vorlesung. Machen Sie sich anschaulich klar, wieso im Falle des Ziehens ohne Zurücklegen  $|\Omega_{II}| \geq |\Omega_{III}|$  gilt. Nutzen Sie hierfür  $\Omega = \{(\omega_1, \omega_2, \omega_3) : \omega_i \in \{1, 2, 3\}, i = 1, 2, 3\}$ . Versuchen Sie nun noch einmal ohne nachzusehen die Mengen  $\Omega_I$  bis  $\Omega_{IV}$  für  $k$ -faches Ziehen anzugeben.
3. Vervollständigen Sie den folgenden Lückentext ohne nochmal im Skript nachzublättern.

Der \_\_\_\_\_  $\binom{n}{m_1, m_2, m_3}$  gibt die Anzahl der \_\_\_\_\_ an, eine Menge der \_\_\_\_\_  $n$  in \_\_\_\_\_ Teilmengen aufzuteilen. Für die \_\_\_\_\_  $m_1, m_2, m_3$  muss dabei gelten:  $\sum_{i=1}^3 m_i = \underline{\hspace{1cm}}$ .

Bestimmen Sie mit Hilfe des Multinomialkoeffizienten nun die Anzahl der möglichen Zimmerverteilungen für die Klassenfahrt der Klasse 4c auf die Burg Altena, wenn sich die insgesamt 12 Jungen auf zwei 6er Zimmer und die insgesamt 17 Mädchen auf zwei 5er Zimmer und ein 7er Zimmer aufteilen müssen.

4. Man betrachte ein reguläres Kartenspiel mit 32 Karten, die gleichmäßig auf 4 Spieler aufgeteilt werden. Wie viele mögliche Aufteilungen gibt es? Berechnen Sie außerdem die folgenden Wahrscheinlichkeiten:
  - (i) Jeder Spieler erhält ein Ass.
  - (ii) Ein beliebiger Spieler erhält mindestens 2 Asse.
  - (iii) Ein beliebiger Spieler erhält alle 4 Asse.
  - (iv) Ein bestimmter Spieler erhält alle 4 Asse.
5. Benennen Sie die Parameter, den Träger und die jeweilige Zähldichte der Binomialverteilung, sowie der Hypergeometrischen Verteilung und machen Sie sich insbesondere den Träger von letzterer Verteilung deutlich.
6. Der Futtermittelhersteller Josef Mehlfras GmbH muss beim Gewerbeamt 6 verschiedene Proben seiner Bestände abliefern. Er weiß, dass 3 davon nicht den Vorschriften entsprechen. Das Gewerbeamt prüft 2 der abgelieferten Proben. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird die Vorschriftenverletzung entdeckt?