1	2	3	4	B[1]	Σ

Tutoriumsprüfung bestanden:
Ja: ☐ Nein: ☐

....
Name und Matr-Nr.

....
Gruppe

Lineare Algebra I – Blatt 10 und Tutoriumsblatt

Abgabe am 11.1.2017 in der Vorlesung

Bitte drucken Sie diese Seite aus und verwenden Sie sie als Deckblatt für Ihre Lösungen. Verwenden Sie diese Version des Deckblatts, wenn Sie das Übungsblatt auch als Prüfung für das Tutoriumsmodul (nur im Bachelor-Studiengang „Mathematik und Anwendungsgebiete“) anrechnen lassen wollen. In diesem Fall müssen Sie das Blatt alleine bearbeiten.

Alle Antworten sind zu begründen. Wenn Sie Resultate aus der Vorlesung verwenden, geben Sie die entsprechenden Nummern an.

Aufgabe 1 (2 Punkte):

Zu einer der beiden Matrizen $A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$ gibt es invertierbare Matrizen S und T, so dass $SA_iT = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$. Welche von beiden? Geben Sie auch solche S und T an und begründen Sie, dass es für die andere Matrix keine solchen S, T gibt.

Aufgabe 2 (4 Punkte):

Sei $A \in \mathbb{R}^{4\times 2}$ und $b \in \mathbb{R}^4$ mit $b \neq 0$. Welche der folgenden Kombinationen sind möglich?

(a) $Ax = b$ besitzt keine Lösung und $Ax = 0$ besitzt genau eine Lösung.

(b) Weder $Ax = b$ noch $Ax = 0$ besitzen eine Lösung.

(c) $Ax = b$ besitzt genau eine Lösung und $Ax = 0$ besitzt unendlich viele Lösungen.

(d) Sowohl $Ax = b$ als auch $Ax = 0$ besitzen unendlich viele Lösungen.

Begründen Sie Ihre Antwort kurz.

Aufgabe 3 (1+3 Punkte):

Es soll gezeigt werden, dass die Menge $K = \{\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2\times 2} \mid a, b \in \mathbb{R}\}$ mit der üblichen Matrix-Addition und -Multiplikation einen Körper bildet.

(a) Machen Sie eine Liste dessen, was noch zu zeigen ist, wenn man verwendet, dass $\mathbb{R}^{2\times 2}$ ein Ring ist.

(b) Zeigen Sie diese Dinge.

Aufgabe 4 (6 Punkte):

(a) Bestimmen Sie das Inverse der folgenden Matrix so wie in Satz 4.3.10 aus dem Kurzskript beschrieben. Eine ausführlichere Anleitung gibt es z. B. unter https://de.wikipedia.org/wiki/Inverse_Matrix#Verfahren.

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

(Sie brauchen nicht zu begründen, dass dieses Verfahren funktioniert.)

(b) Bringen Sie das folgende lineare Gleichungssystem in Normalform und geben Sie dann die Lösungsmenge an:

$$\begin{aligned} x_2 - 2x_3 &= 1 \\ 2x_1 + x_2 + x_4 &= 2 \\ x_1 + x_3 + 2x_4 &= 2 \end{aligned}$$

(c) Für welche reelle Zahlen a hat das Gleichungssystem mit der folgenden erweiterten Matrix keine Lösung, für welche eine Lösung und für welche unendlich viele Lösungen?

$$\left(\begin{array}{cc|c} a & 1 & 0 \\ 0 & a-1 & a \end{array}\right)$$

Schreiben Sie bei (a) und (b) auch Ihre Rechnung mit auf, d. h. die Zwischenschritte des Gauß-Algorithmus.

Vorlesungswebseite: http://reh.math.uni-duesseldorf.de/~internet/LAI_WS1617/

[1] Bonuspunkt: Wenn Sie eine Frage zum Inhalt der Vorlesung gestellt haben und Sie diese samt Antwort (kurz) aufschreiben, bekommen Sie einen Bonuspunkt. Bitte geben Sie auch an, *wo* (Vorlesung/Tutorium/Übung/Sprechstunde), *wem* und *wann* Sie die Frage gestellt haben. Bei Abgabe zu zweit auch: *Wer* hat die Frage gestellt bzw. wer hat welche der Fragen gestellt. **Der Bonuspunkt zählt nicht für die Tutoriums-Prüfungsleistung.**