

- Gibt es ein KS in dem die Abb-Matrix A diagonalgestalt hat?

Vorteil Diagonalmatrix:

- weniger Elemente

↳ Interpretation einfacher

- Matrixmultiplikation wird einfacher

$$\text{z.B. } \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{z}_1 \\ \vec{z}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \vec{z}_1 \\ b \vec{z}_2 \end{pmatrix}$$

$$\text{oder } (\vec{z}_1, \vec{z}_2) \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix} = (a \vec{z}_1, b \vec{z}_2)$$

- Potenzen von Matrizen $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} a^n & 0 \\ 0 & b^n \end{pmatrix}$

↳ Suche KS mit $A' = S^{-1}AS = D$

S/S^{-1} : aus Transfo-Matrix

$$S = (\vec{e}_1' \quad \vec{e}_2' \quad \dots \quad \vec{e}_n')$$

Annahme: Es existiert ein KS mit der Basis $\vec{e}_i'$ und

$$\boxed{A\vec{e}_i' = \lambda_i \vec{e}_i'} \quad \lambda_i \in \mathbb{R}$$

⇒ Berechnung A' in einem KS, $A' = S^{-1}AS$

$$AS = A(\vec{e}_1' \quad \vec{e}_2' \quad \dots \quad \vec{e}_n') = (A\vec{e}_1' \quad A\vec{e}_2' \quad \dots \quad A\vec{e}_n')$$

$$= (\lambda_1 \vec{e}_1' \quad \lambda_2 \vec{e}_2' \quad \dots \quad \lambda_n \vec{e}_n')$$

$$= \underbrace{(\vec{e}_1' \quad \vec{e}_2' \quad \dots \quad \vec{e}_n')}_S \underbrace{\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \lambda_2 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_n \end{pmatrix}}_D$$

$$A' = S^{-1}AS = \underbrace{S^{-1}S}_I D = 1D = D$$

⇒ Matrix hat in einem KS mit den Basisvektoren $\vec{e}_1' \quad \vec{e}_2' \quad \dots \quad \vec{e}_n'$

Diagonalgestalt, wenn $\forall \vec{e}_i'$ gilt:

$$A\vec{e}_i' = \lambda_i \vec{e}_i'$$

$$A' = D = \begin{pmatrix} \lambda_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \lambda_n \end{pmatrix}$$