

Ich soll zeigen, dass sich jede komplexe Lösung von $u_n^{m+1} = u_n^m + \alpha \{u_{n+1}^m + u_{n-1}^m - 2u_n^m\}$

sich schreiben lässt als

$$u_n^m = \sum_{k=0}^N c_k \cdot (\lambda_k)^m \cdot e^{2\pi i \frac{kn}{N}}$$

Das habe ich nun muss ich aber noch zeigen, dass dies auch für Randbedingungen gilt

$$(1) u_{-Nx-1}^m = u_{-Nx}^m$$

$$(2) u_{-Nx}^m = u_{Nx+1}^m.$$

ich habe die Randbedingungen eingesetzt, aber komme nicht mehr weiter mit der Eulerschen Identität funktioniert es nicht.

$$(1) \sum_{k=0}^N c_k \cdot (\lambda_k)^m \cdot e^{2\pi i k \frac{(-Nx-1)}{2Nx+1}} = \sum_{k=0}^N c_k \cdot (\lambda_k)^m \cdot e^{2\pi i k \frac{Nx}{2Nx+1}}$$

$$\sum_{k=0}^N c_k \cdot (\lambda_k)^m \cdot e^{2\pi i k \frac{(-Nx)}{2Nx+1}} = \sum_{k=0}^N c_k \cdot (\lambda_k)^m \cdot e^{2\pi i k \frac{Nx+1}{2Nx+1}}$$

Ansatz :

$$(1) \sum_{k=0}^N c_k \cdot (\lambda_k)^m \cdot e^{\frac{2\pi i k (-Nx-1)}{2Nx+1}} = \sum_{k=0}^N c_k \cdot (\lambda_k)^m \cdot e^{\frac{2\pi i k Nx}{2Nx+1}}$$

$$\sum_{k=0}^N c_k \cdot (\lambda_k)^m \cdot e^{\frac{-2\pi i k (Nx+1)}{2Nx+1}} = \sum_{k=0}^N c_k \cdot (\lambda_k)^m \cdot e^{\frac{2\pi i k Nx}{2Nx+1}}$$

$$\sum_{k=0}^N c_k \cdot (\lambda_k)^m \cdot e^{\frac{-2\pi i k (Nx)}{2Nx+1}} \cdot e^{\frac{-2\pi i k}{2Nx+1}} = \sum_{k=0}^N c_k \cdot (\lambda_k)^m \cdot e^{\frac{2\pi i k (Nx)}{2Nx+1}}$$