MATHEMATIK-WETTBEWERB 2013/2014 DES LANDES HESSEN — 1. RUNDE

AUFGABENGRUPPE A - PFLICHTAUFGABEN — 05.12.2013

P1. Berechne und gib das Ergebnis als vollständig gekürzten Bruch an:

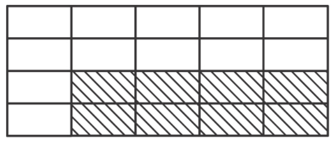
a) $\frac{2}{7} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)$ b) $\frac{2}{7} - \frac{2}{3}$ c) $-\frac{2}{7} : \left(-\frac{2}{3}\right)$

P2. Bei einer Umfrage wurden 800 Kinder nach ihren Wünschen für den nächsten Urlaub befragt.

a) 560 der Befragten wünschen sich einen Strandurlaub. Wie viel Prozent sind das?
b) Großen Wert auf Wasserrutschen legten 48 % der Befragten. Wie viele Kinder sind das?

P3. a) Wie viel Prozent der Fläche sind schraffiert?

b) Um wie viel Prozent ist der unschraffierte Flächenanteil größer als der schraffierte?

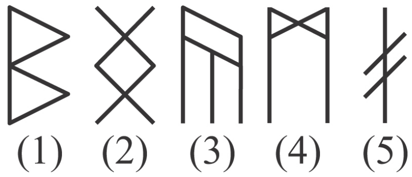


P4. Nebenstehende Schriftzeichen stammen aus dem Alphabet der Angelsachsen. Welche dieser Zeichen

a) sind punktsymmetrisch,

b) sind achsensymmetrisch,

c) besitzen mehr als eine Symmetrieachse?

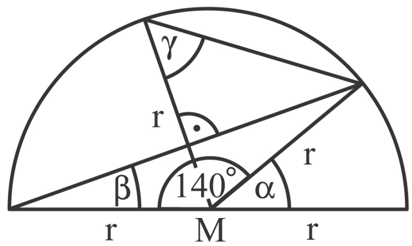


P5. Beim Cross-Boule wirft man Stoffbälle möglichst nahe an eine rote Zielkugel. Ida trifft die Kugel durchschnittlich in zwei von zehn Fällen.

a) Ida wirft einen Ball. Mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft sie die Zielkugel nicht?
b) Ida wirft nacheinander zwei Bälle. Mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft sie die Kugel genau einmal?

(**Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.**)

P6. Bestimme im nebenstehenden Halbkreis mit Mittelpunkt M und Radius r die Größe der Winkel α, β und γ.

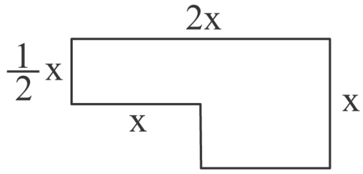


P7. Ein Händler erhält eine Lieferung Tee mit 30 Säcken zu je 20 kg.

a) Wie viele Packungen zu 150 g könnte der Händler abfüllen?

b) Mit der Lieferung könnte man 240 000 Teebeutel füllen. Wie viel g Tee enthält ein solcher Teebeutel?

P8. Für den Flächeninhalt der nebenstehenden Figur gilt: $A = x^2 + \frac{1}{2}x^2$



a) Berechne den Flächeninhalt der Figur für $x = 3$ cm.

b) Lea, Kim, Ben und Jan stellen für den Flächeninhalt der Figur folgende Formeln auf:
Lea: $A = 2x \cdot x - x \cdot \frac{1}{2}x$ Kim: $A = \frac{1}{2}x \cdot 2x + x \cdot x$
Ben: $A = x \cdot \frac{1}{2}x + (2x + x)$ Jan: $A = \frac{3}{4} \cdot x \cdot 2x$
Gib an, welche beiden Formeln richtig sind.

AUFGABENGRUPPE A - WAHLAUFGABEN

Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden 2 der folgenden 5 Aufgaben gewertet. Werden mehr als 2 Aufgaben bearbeitet, so werden die beiden mit der höchsten Punktzahl berücksichtigt.

W1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$.

a) $-5 \cdot (x + 3) = -(2x - 7) + 11$
b) $(x + 5) \cdot (x + 5) - 24 = 5 \cdot (2x + 1)$
c) $-27 - 8 \cdot (3 + 11x) \leq (0{,}7x - 3) \cdot (-10)$
d) $(2x + 2) \cdot (x + 1) = 8$

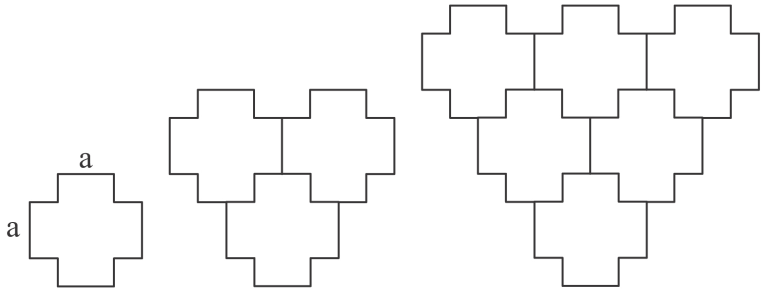
W2. a) Konstruiere das Dreieck ABC mit $b = |AC| = 3{,}5$ cm, $\gamma = 70°$ und der Winkelhalbierenden $w_\gamma = 4$ cm.

b) Konstruiere das Dreieck ABC mit $a = |BC| = 5{,}3$ cm, $c = |AB| = 9{,}2$ cm und $\alpha + \beta = 78°$.

c) Bei einem Dreieck ABC ist die Winkelhalbierende $w_\gamma = 6{,}3$ cm, $\gamma = 74°$ und $\beta = 31°$. Die Winkelhalbierende w_γ trifft die Seite $\overline{AB}$ im Punkt D. Berechne den Winkel $\sphericalangle BDC$. Konstruiere das Dreieck ABC.

W3. Mit symmetrischen kreuzförmigen Plättchen wird eine Folge von Figuren gelegt. Die Abbildung zeigt die ersten drei Figuren. Übertrage die Tabelle und fülle sie aus.

Figur	Umfang	Flächeninhalt
1	$8a$	$3a^2$
2	$16a$	
3		
4		
	$56a$	
		$234a^2$
n		$\_\_\_\cdot\frac{1}{2}\cdot n\cdot\_\_\_\_\cdot a^2$



Figur 1 Figur 2 Figur 3

W4. Ein Automat nimmt Leergut entgegen und gibt einen Bon aus. Für kleine Flaschen gibt es 0,08 €, für mittelgroße 0,15 € und für große 0,25 € pro Flasche.

a) Verena gibt 5 kleine und 3 mittelgroße Flaschen zurück. Welcher Betrag steht auf Verenas Bon?

b) Valentins Bon weist 2,53 € aus. Er hat 6 kleine und 2 mittelgroße Flaschen zurückgegeben. Wie viele große Flaschen hatte er noch dabei?

c) Viktors Bon zeigt 2,64 €.

(1) Wie viele kleine Flaschen hat er mindestens zurückgegeben, wie viele höchstens?

(2) Angenommen, Viktor hat gleich viele mittelgroße wie große Flaschen zurückgegeben. Wie viele Flaschen von jeder Sorte können es sein? Gib zwei Möglichkeiten an.

(3) Viktor hat alle drei Flaschensorten zurückgegeben, und zwar in unterschiedlicher Anzahl. Wie viele Flaschen von jeder Sorte hat er zurückgegeben? Gib eine Möglichkeit an.

d) Kann es einen Leergutbon mit 0,67 € geben? Begründe deine Antwort.

W5. Beim Bäumchenspiel werden verschiedenfarbige Scheiben (weiße, schwarze oder graue) auf einen Stab gesteckt. Ein Würfel mit *einer* grauen, *zwei* schwarzen und *drei* weißen Seiten gibt die Farbe der Scheibe an, die als nächstes aufgesteckt wird. Es wird viermal gewürfelt.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, unten eine weiße Scheibe, darüber eine graue, darauf eine schwarze und dann wieder eine weiße zu erhalten?

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, nicht nur schwarze Scheiben zu erhalten?

c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, keine schwarze Scheibe zu erhalten?

d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, abwechselnd schwarze und weiße Scheiben (d. h. entweder mit weiß beginnend oder mit schwarz beginnend) zu erhalten?

e) Bei viermaligem Werfen eines anderen Würfels beträgt die Wahrscheinlichkeit, abwechselnd schwarze und weiße Scheiben zu erhalten, $\frac{1}{8}$. Wie viele Seiten des Würfels sind weiß, wie viele schwarz, wie viele grau? Begründe deine Antwort.

(**Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.**)

AUFGABENGRUPPE B - PFLICHTAUFGABEN 05.12.2013

P1. Berechne. a) $15{,}4 : 7$ b) $1 - \frac{3}{5}$ c) $5 + 2^3$

P2. Im Dreieck ABC gilt: $c = 8$ cm, $\alpha = 90°$ und $b = 6$ cm.

a) Zeichne das rechtwinklige Dreieck ABC und beschrifte die Eckpunkte.
b) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

P3. Übertrage die Tabelle und ergänze die fehlenden Werte.

x	6,5	-3	
$2 \cdot (x - 5)$			0

P4. Bestimme die jeweiligen Winkelgrößen.

		α	β
a)	rechtwinkliges Dreieck ($\gamma = 90°$)	66°	
b)	gleichschenkliges Dreieck ($a = b$)		48°
c)	gleichschenkliges Dreieck ($b = c$)		48°

P5. Im Jahr 2011 war das höchste Gebäude Frankfurts 300 Meter hoch. Der neu gebaute Europaturm überragt dieses nun um 12,5 %. Berechne die Höhe des Europaturmes.

P6. a) Wie viel cm^3 beträgt das Volumen eines Würfels mit 4 cm Kantenlänge?
b) Wie viel cm^2 beträgt die Oberfläche eines Würfels mit 4 cm Kantenlänge?
c) Bei einem anderen Würfel beträgt die Summe aller Kantenlängen 24 cm. Wie viel cm beträgt die Länge einer Kante?

P7. Für die Zubereitung von 64 Nussecken benötigt man 800 g Nüsse.

a) Wie viele Nussecken der gleichen Größe kann man mit 600 g Nüssen backen?
b) Wie viel g Nüsse braucht man für 20 Nussecken?

P8. Frau Klein fährt mit dem Zug von Frankfurt nach Berlin, die Entfernung beträgt 550 km. Die Abfahrt ist um 9.38 Uhr, der Zug ist 3 Stunden und 40 Minuten unterwegs.

a) Um wie viel Uhr kommt der Zug in Berlin an?
b) Wie viel Kilometer legt der Zug durchschnittlich in einer Minute zurück?

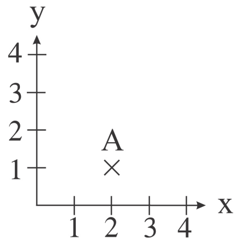
AUFGABENGRUPPE B - WAHLAUFGABEN

Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden 2 der folgenden 5 Aufgaben gewertet. Werden mehr als 2 Aufgaben bearbeitet, so werden die beiden mit der höchsten Punktzahl berücksichtigt.

W1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$.

a) $5x - 12 = 2013$
b) $-5 + 12x = 20 - 13x$
c) $5 \cdot (x - 12) = -20 \cdot (x + 13)$
d) $\frac{5}{12} > \frac{20}{13} \cdot x$

W2. In einem Koordinatensystem (1 Einheit = 1 cm) sind die Punkte $A(2|1)$, $B(11|1)$ und $C(11|7)$ eines Rechtecks $ABCD$ gegeben.



a) Zeichne das Koordinatensystem und trage die Punkte A, B und C ein.
b) (1) Trage den Punkt D ein. Notiere die Koordinaten von D.
(2) Zeichne das Rechteck $ABCD$. Gib den Flächeninhalt des Rechtecks an.
c) Auf der Seite AB liegen die Punkte $P(4|1)$ und Q.
(1) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks PBC.
(2) Bestimme den Flächeninhalt des Vierecks $APCD$.
(3) Der Flächeninhalt des Dreiecks QBC beträgt $10{,}5$ cm^2. Gib die Koordinaten von Q an.
(4) Wo müsste R auf der Seite BC liegen, damit der Flächeninhalt des Dreiecks PBR genauso groß ist wie der Flächeninhalt des Dreiecks QBC?

W3. Die Stromkosten werden unter anderem über die anfallenden Kilowattstunden (1 kWh bedeutet 1000 Watt für die Dauer einer Stunde) abgerechnet. Eine Kilowattstunde kostet 20 Cent. Dafür kann man beispielsweise eine 50-Watt-Lampe 20 Stunden eingeschaltet lassen, ein Gerät mit 400 Watt Leistung hat bereits nach 2,5 Stunden diesen Wert erreicht.

a) (1) Wie lange kann eine 5-Watt-Lampe brennen, bis 1 kWh erreicht ist?

(2) Ein Flutlichtstrahler hat eine Leistung von 3000 Watt.
Berechne die Stromkosten für 8 Stunden.

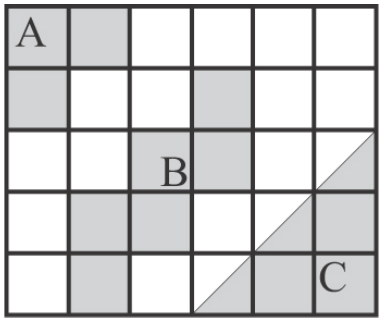
(3) Die gesamte Wohnzimmerbeleuchtung von 200 Watt verursacht Kosten in Höhe von 2 Cent. Wie lange war sie angeschaltet?

b) Frida ersetzt in ihrem Zimmer einen 50 W-Halogenstrahler durch eine energiesparende 5 W-LED-Lampe. Sie nimmt an, dass das Licht in ihrem Zimmer täglich im Durchschnitt vier Stunden brennt.

(1) Wie viel Geld spart Frida dadurch pro Monat (30 Tage)?

(2) Eine 5-Watt-LED-Lampe kostet 11,95 €. Der Hersteller wirbt mit dem Slogan „Die Lampe spart in einem Jahr mehr, als sie kostet.“ Frida prüft diese Aussage bezogen auf ihr Zimmer. Ist die Werbung dafür korrekt? Begründe deine Antwort.

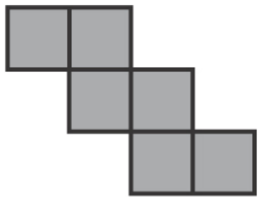
W4. a) Betrachte nebenstehende Figur.



(1) Gib jeweils an, wie viel Prozent des gesamten Rechtecks die grau gefärbten Flächen A, B und C ausmachen.

(2) Wie viele Kästchen des Rechtecks müssten noch gefärbt werden, damit insgesamt 50 % des Rechtecks gefärbt sind?

b) Übertrage die nebenstehende gefärbte Figur und ergänze sie so, dass



(1) die gefärbte Fläche 50 % der Gesamtfigur ausmacht.

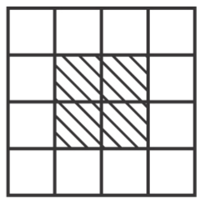
(2) die gefärbte Fläche 30 % der Gesamtfigur ausmacht.

(3) die gefärbte Fläche 40 % der Gesamtfigur ausmacht.

c) Durch Vergrößerung einer Ausgangsfigur entsteht eine Figur mit 30 Kästchen. Das sind 120 % der Ausgangsfigur. Zeichne eine passende Ausgangsfigur.

W5. Die beiden Zeichnungen zeigen die 1. und 2. Figur einer Figurenfolge. Bei jeder folgenden Figur verlängert sich die Seitenlänge der vorhergehenden Figur um 1 Kästchen. Die innenliegenden Kästchen sind schraffiert.


1. Figur


2. Figur

a) Zeichne die 3. Figur und die 4. Figur.

b) (1) Wie viele Kästchen hat die 5. Figur insgesamt?

(2) Wie viele Kästchen der 5. Figur sind weiß?

(3) Wie viele Kästchen sind bei der 6. Figur schraffiert?

c) (1) Bei der wievielten Figur sind 100 Kästchen schraffiert?

(2) Die wievielte Figur besteht aus insgesamt 100 Kästchen?

d) Die Anzahl der weißen Kästchen der x-ten Figur kann man mit dem Term $4x + 4$ berechnen.

(1) Berechne die Anzahl der weißen Kästchen bei der 17. Figur.

(2) Eine Figur hat 104 weiße Kästchen. Die wievielte Figur ist das?

AUFGABENGRUPPE C - PFLICHTAUFGABEN 05.12.2013

P1. Berechne.

a) $5 \cdot (86 + 14)$
b) $286{,}9 - 52{,}7$
c) $7{,}2 : 6$

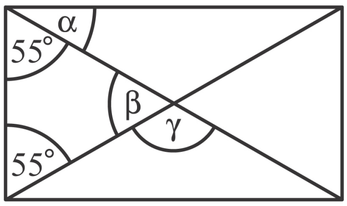
P2. Übertrage die Aufgaben und ergänze.

a) 28 cm + _____ cm = 1 m
b) 583 g + _____ g = 1 kg
c) 1 min 34 s + _____ min _____ s = 1 h

P3. Tim möchte sich ein Longboard kaufen. Er hat bereits 120 € gespart. Das sind 75 % des Kaufpreises. Berechne den Kaufpreis des Longboards.

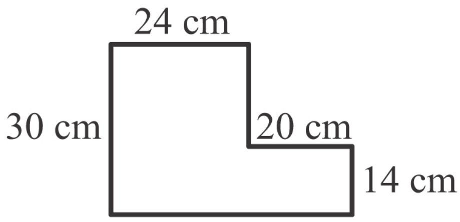
P4. Zeichne das Dreieck ABC mit $c = 5$ cm, $\beta = 50°$ und $a = 4{,}5$ cm.

P5. Bestimme im abgebildeten Rechteck die Größe der Winkel α, β und γ.



P6. Uschi plant eine Wanderung über eine Strecke von 168 km. Pro Tag möchte sie 6 Stunden wandern und dabei in einer Stunde 4 km zurücklegen. Berechne, wie viele Tage sie für die Wanderung einplanen muss. Notiere einen Antwortsatz.

P7. Berechne den Flächeninhalt der abgebildeten Figur mit den angegebenen Maßen.



P8. Irene hat Dominowürfel mit Schokolade hergestellt, die eine Kantenlänge von 2 cm haben.

a) Berechne das Volumen eines Dominowürfels.
b) Sie möchte die Dominowürfel verschenken und packt sie dazu in eine Schachtel, die ein Fassungsvermögen von 1000 cm^3 hat. Berechne, wie viele Dominowürfel höchstens in die Schachtel passen.

AUFGABENGRUPPE C - WAHLAUFGABEN

Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden 2 der folgenden 5 Aufgaben gewertet. Werden mehr als 2 Aufgaben bearbeitet, so werden die beiden mit der höchsten Punktzahl berücksichtigt.

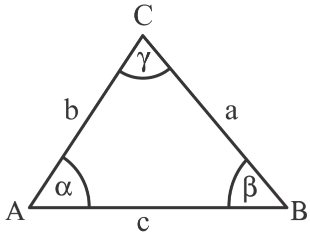
W1. a) Berechne jeweils den Wert des Terms für $y = 14$.

(1) $2 \cdot y$
(2) $y + 1\frac{1}{5}$
(3) $1{,}5 - y : 7$
(4) y^2

b) Berechne x.

(1) $6x - 17 = 67$
(2) $7 + 3x + 3 = 6x + 40 - 8x$

W2. a) Konstruiere das Dreieck ABC mit folgenden Maßen: $c = 6{,}5$ cm, $\alpha = 65°$, $\beta = 30°$.

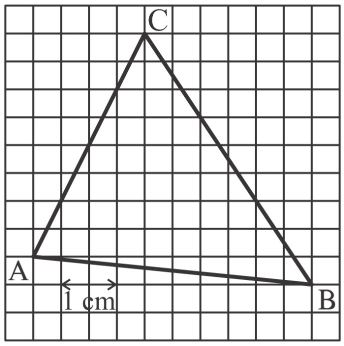


b) (1) Konstruiere ein Dreieck ABC mit folgenden Maßen: $c = 4$ cm, $a = 5$ cm, $b = 6$ cm.

(2) Berechne den Umfang des Dreiecks.

c) (1) Zeichne das nebenstehende Dreieck ABC ab.

(2) Zeichne alle drei Höhen des Dreiecks ABC ein.



W3. Eine Bäckerei verkauft Lebkuchen in verschiedenen Blechdosen. Jeder Lebkuchen wiegt 50 g. In der Nikolausdose sind 6 Lebkuchen. Sie kostet 6,90 €. In der Winterdose sind 8 Lebkuchen. Sie kostet 10,80 €.

a) Berechne das Gewicht der gefüllten Nikolausdose, wenn die leere Blechdose 62 g wiegt.

b) Berechne den Preis eines Lebkuchens aus der Nikolausdose.

c) Berechne den Kilogrammpreis der Lebkuchen, die in der Winterdose verpackt sind.

d) Der Bäcker setzt neuen Lebkuchenteig an. Für 20 Lebkuchen braucht er 250 g Honig. Er hat noch 1200 g Honig. Berechne, für wie viele Lebkuchen der Honig reicht.

W4. Familie Krone besitzt eine landwirtschaftliche Nutzfläche von 40 Hektar (ha). Diese Nutzfläche teilt sich folgendermaßen auf: 80 % braucht sie für Ackerbau, der Rest wird zurzeit nicht genutzt (Brachland).

a) Berechne, wie viel Hektar für Ackerbau genutzt werden.

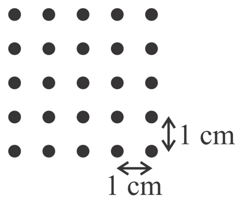
b) Im vergangenen Jahr hat Herr Krone seinem Nachbarn beim Verkauf von Weihnachtsbäumen geholfen. Dabei wurden 360 Tannen als Weihnachtsbäume verkauft. Das waren 12 % des gesamten Bestandes. Berechne, wie viele Tannen der Nachbar vor dem Verkauf hatte.

c) In diesem Jahr möchte Familie Krone eigene Tannen anpflanzen. Dazu sollen 6 ha ihres Brachlandes genutzt werden.

(1) Berechne, wie viel Prozent der Gesamtfläche das sind.

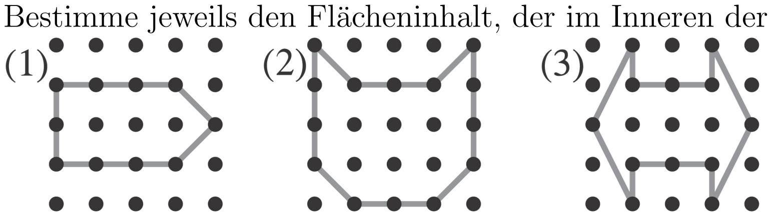
(2) Damit eine Tanne ideal wachsen kann, benötigt sie eine Fläche von 4 m^2. Berechne die Anzahl der Tannen, die höchstens gepflanzt werden können (1 ha = 10 000 m^2).

W5. Leon hat sich ein sogenanntes „5 × 5 Geobrett“ gebaut (siehe Abbildung). Mit einem Gummiband kann Leon dann unterschiedliche Figuren veranschaulichen. Der Abstand zwischen den Punkten in jeder waagerechten und senkrechten Reihe beträgt 1 cm.



a) Bestimme jeweils den Flächeninhalt, der im Inneren der Figur entsteht.

(1) (2) (3)



b) Übertrage das „5 × 5 Geobrett“ viermal auf dein Reinschriftpapier. Markiere (wie bei Aufgabe a)) jeweils auf einem Geobrett die folgenden Figuren, und zwar so, dass im Inneren der Figur ein Flächeninhalt von 8 cm^2 entsteht:

(1) ein Dreieck (2) ein Fünfeck (3) ein Sechseck (4) ein Siebeneck