Mathematisches Institut
Prof. Dr. R. Braun

HEINRICH HEINE
UNIVERSITÄT DÜSSELDORF

Düsseldorf, den 26.04.2016

Blatt 3

Übungen zur Analysis II

1. Geben Sie für jede der folgenden Funktionen $f\colon U \to \mathbb{R}^m$ an, ob sie stetig sind. Hierbei ist $D := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 4\}$. Begründen Sie Ihr Ergebnis.

   (a) (1P) $U = \mathbb{R}^3$, $m = 3$, $f(x,y,z) = \begin{pmatrix} \sin(xy) \\ \frac{x}{1+x^2+y^2} \\ |x-y-z| \end{pmatrix}$,

   (b) (2P) $U = D$, $m = 1$, $f(x,y) = \dfrac{2x}{\sqrt{8} - x - y}$

   (c) (2P) $U = \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$, $m = 1$, $f(x,y) = \dfrac{x+y}{|x|+|y|}$,

   (d) (2P) $U = \mathbb{R}^2$, $m = 1$, $f(x,y) = \begin{cases} xy, & xy \geq 0, \\ \dfrac{x}{y}, & xy < 0, \end{cases}$

   (e) (3P) $U = \mathbb{R}^2$, $m = 1$, $f(x,y) = \begin{cases} \exp\left(\dfrac{1}{x-y}\right), & x < y, \\ 0, & x \geq y. \end{cases}$

2. Es sei $F\colon\,]0,\infty[\times]-\pi,\pi] \to \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$, $F(r,\phi) = (r\cos(\phi), r\sin(\phi))$, die Polarkoordinatenabbildung.

   (a) (2P) Zeigen Sie, dass F stetig ist.

   (b) (8P) Die Abbildung F ist bijektiv (das haben wir in Lemma 8.22 der Analysis I gezeigt). Zeigen Sie, dass die Umkehrabbildung nicht stetig ist.

Werfen Sie Ihre Lösungen in den dafür vorgesehenen Übungsbriefkasten auf dem Flur zum Geschäftszimmer 25.22.O0.55, nachdem Sie sie mit einem ausgefüllten Deckblatt zusammengeheftet haben. Nach dem Abgabetermin eingeworfene Bearbeitungen können nicht berücksichtigt werden. Es ist nur ein Name pro Bearbeitung erlaubt.

Abgabe: Di, 03.05.2016, 10:20 **Besprechung:** 18.–20. Mai